

基于小波降噪方法和季度数据的中国产出缺口估计

杨天宇

内容摘要: 本文应用小波降噪方法和 1992-2009 年间的季度数据, 估计了中国的产出缺口, 结果表明, (1) 与年度数据的估计相比, 小波降噪方法和季度数据估计的产出缺口波动相对比较频繁。(2) 1998 年第二季度之前的产出缺口波动幅度比较剧烈, 而 1998 年第二季度以后的产出缺口波动趋于平缓。(3) 产出缺口波动的频率正在降低, 按照“峰-峰”法定义的经济周期持续时间也在拉长。(4) 2008 年第二季度以来的经济下滑并无缓解迹象。我们还将应用小波降噪、HP 滤波、BK 滤波、UC 卡尔曼滤波、SVAR 方法估计的产出缺口进行了比较。结果显示, 小波降噪方法具有更强的预测通货膨胀能力, 能准确反映中国 1991 年以来的经济周期波动, 而且具有较好的稳定性。

关键词: 小波降噪 季度数据 产出缺口

一、引言

潜在产出也称为充分就业产出。根据美国经济学家利维 (Levy, 1963) 最早提出这一概念时所给出的定义, 潜在产出是指在合理稳定的价格水平下, 使用最佳可利用的技术、最低成本的投入组合, 并且资本和劳动力的利用率达到充分就业要求所能生产出来的物品和服务。产出缺口是指现实产出与潜在产出的差值占现实产出或潜在产出的比率, 它测度的是实际产量与经济中现有资源充分利用所能生产的产量之间的差额, 反映了现有经济资源的利用程度。

度量产出缺口的准确程度极大地影响着经济政策的制定 (Kara, Ogiinct, Ozlale, and Sankaya, 2007)。在短期, 准确地判断产出缺口的方向和大小, 可以更有针对性地制定具体宏观调控措施。若实际产出大于潜在产出, 则意味着总需求大于总供给, 通货膨胀压力增加, 政策制定者就需要采取从紧的财政和货币政策, 以防止发生经济过热; 如果实际产出小于潜在产出, 则意味着总需求小于总供给, 通货膨胀压力减轻, 政策制定者通常会采取宽松的财政和货币政策, 以拉动需求, 防止由于有效需求不足而带来的通货紧缩。在长期, 制定国家的经济发展规划也必须以潜在经济增长率为基础, 才能达到可持续、健康、协调发展的目标, 避免经济的大起大落。

产出缺口不能通过直接观测得到, 只能进行估计。根据国外学者流行的说法 (Konuki, 2008), 目前通用的估计产出缺口方法有三类, 即生产函数方法、单变量方法和多变量方法。而如果从这些估计方法处理时间序列的方式来区分, 上述三类方法可归结为两大类方法, 一种是直接分析数据随时间变化的结构特征, 即所谓时域 (time domain) 分析法; 另一种是把时间序列看成是不同谐波的叠加, 研究时间序列在频域 (frequency domain) 里的结构特征, 即频域分析。两类方法有各自的优点和缺点。本文应用一种新的时间序列分析方法——小波降噪方法来估计产出缺口, 该方法可以同时以时域和频域两个方面反映同一个时间序列的变化, 因此又被称为时频 (time-frequency) 分析。由于这个特点, 小波降噪比其他估计方法更能准确地反映现实经济波动。我们首先综述各种常用的估计方法, 并指出其优缺点; 其次着重介绍小波降噪方法, 然后利用该方法估计中国的产出缺口, 根据估计的结果对中国宏观经济政策和宏观调控做出分析, 并对小波降噪方法和其他方法得出的产出缺口估计进行比较和评价; 最后是总结。

二、潜在产出及产出缺口的估计方法

按照处理时间序列方式的不同，目前通用的产出缺口估计方法可以分为两大类，一是时域分析，二是频域分析。两类方法各有其优缺点。

(一) 时域 (time domain) 分析方法。生产函数方法和多变量分析中的结构向量自回归 (即SVAR) 方法，都可归类为时域分析方法，即直接分析数据随时间变化的结构特征。生产函数法是首先利用现实数据估算出总量生产函数，并得到全要素生产率 (即所谓的索洛残差)，然后利用消除趋势法对全要素生产率进行分解，从而得到趋势全要素生产率，再估算出潜在就业，将趋势全要素生产率和潜在就业带入总量生产函数便得到了潜在产出和产出缺口。SVAR方法最早由Blanchard 和Quah (1989) 应用于产出缺口估计。他们认为，潜在产出是供给冲击持久影响的结果，产出缺口是需求冲击影响的结果，且两种冲击不相关。如果对潜在产出的动态特性施加需求冲击的长期效应为零的长期约束，就可以通过SVAR模型来分离出潜在产出和产出缺口。此外，相对比较古老的线性趋势分解方法和一阶差分分解方法也属于时域分析方法。生产函数法和SVAR方法对数据的要求比较高，因此使用的并不多。郭庆旺和贾俊雪 (2004)、Scheibe (2003)、Chow and Li (2002) 曾利用生产函数法估计了中国的产出缺口，赵昕东 (2008) 利用SVAR方法估计了中国的产出缺口。此类方法的优点是有经济理论的支持，缺点是它们都属于相关性分析，基于协方差不变的假设。从经济意义上说，这相当于假定变量之间的相关系数不变。举例来说，用生产函数法估计产出缺口就要求生产函数是稳定的；而用SVAR方法估计产出缺口则要求NAIRU (不引致通货膨胀率改变的失业率) 与现实产出之间存在稳定的相关关系。然而市场经济是一个不断演化的动态系统，制度变迁、经济转型、财政和货币政策目标的改变、金融中介的发展、技术进步和组织变迁带来的投入-产出联系的变化，都将使变量间的协方差不再稳定，这将导致估计结果的偏差 (Wen and Zeng, 2005)。

(二) 频域 (frequency domain) 分析方法。在估计产出缺口的实践中常用到各种滤波方法，常见的有HP滤波、BK滤波、卡尔曼滤波等。应用滤波方法可以将现实产出分解为趋势成分和周期成分，其中的趋势成分即潜在产出，周期成分即产出缺口。如果仅仅将GDP数据分解为趋势成分和周期成分，就称为单变量方法，广泛应用的HP滤波和BK滤波都属于此类；如果是将实际产出的分解同其他方程 (如菲利普斯曲线) 的估计放在一起同时进行，就称为多变量方法，如MV卡尔曼滤波。运用滤波方法估计我国产出缺口的文献比较多，如刘斌和张怀清 (2001)、郭庆旺和贾俊雪 (2004)、赵留彦 (2006)、Gerlach and Peng (2004) 等。

滤波方法的优点是简单易行，其中多变量方法还有经济理论的支持，而且该方法也不需要假定协方差不变。但是滤波方法也有自己的缺点。从处理时间序列的方式来看，所有的滤波方法都属于频域 (frequency domain) 分析法，即把时间序列看成由多个不同频率的规则波 (正弦波或余弦波) 迭加而成，在频域上比较不同频率波的方差大小，通过研究和比较各分量的周期变化，以揭示时间序列的频率结构，掌握其主要波动特征。该方法需要以傅立叶变换 (Fourier Transform) 为基础。因为要得到指标序列的频域信息，就需要将时域的时间序列变换到频域内，以反映时间序列波动频率 (周期) 和波动幅度间的关系。傅立叶变换就是将时间序列从时域映射到频域的一种工具，变换是基于下列方程：

$$F(z) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)e^{-i2\pi kt} dt \quad (1)$$

这里的 $X(t)$ 表示原始的时间序列形式， z 表示频率。从物理意义上讲，这个变换的实质是把 $f(t)$ 的波动分解成许多不同频率的正弦波和余弦波的叠加和，通过计算 $f(t)$ 和复指数函数 $e^{i2\pi kt}$ 间的相关系数，就可以将对原函数 $X(t)$ 的研究转化为对其相关系数即 $F(z)$ 的研究。通过傅立叶变换可以求得各种滤波算子，从而将所有频段分解为趋势成分和周期成分。与利用一阶差分法分解趋势成分和周期成分相比，滤波方法不会放大非主流信息，因此有很大的优越性。虽然傅立叶分析非常有用，但是有一个严重的缺陷，因为由时域转换到频域时丢失了时域信息，当观察时间序列的傅立叶变换结果时不可能判断出一个事件的发生时间。如果时间序列的特性不随时间的变化而发生变化，即处理一个平稳的时间序列，这个缺陷就不是很重要。然而，最有趣的时间序列包含大量的不稳定的或者瞬时的特征，如漂移，趋势，突变和事件的开始与结尾，尤其是在一个处于体制转型中的发展中国家更是如此。这些特征通常是时间序列最重要的部分，而傅立叶分析不能区分出这些特征。这意味着以此为基础的各种滤波方法在估计产出缺口时可能出现偏差。

为了减少这些缺陷，Gabor (1946)用傅立叶变换一次只分析时间序列的小部分，这种技术被称为短时傅立叶变换(Short Time Fourier Transform, STFT)，它将时间序列转换成时间和频率的二维函数。这种方法首先把一个时间序列分解为许多长度为 $N\delta t$ 的小时间序列，然后在一个以时间为自变量的滑动窗口上对每一个小时间序列进行傅立叶变换，这样就可以同时反映时域和频域信息。在 STFT 基础上可以发展出被称为 RMS (Running median smoothing) 滤波的新工具。Scacciavillani and Swagel (2002) 曾利用该方法估计了以色列的产出缺口，但它尚未被用于中国产出缺口的估计。然而正如 Kaiser (1994)所指出的，由于 STFT 在分析中强加了一个反应间隔时间 T ，因此短时傅立叶变换是在时频域的不精确、无效率的方法。不精确是因为无法区分没有落在窗口中的频段的高频和低频部分，无效率是因为窗口宽度固定后时间定位和频率都将被决定，因此无法同时获得时间和频率变化的信息。

这就需要寻找一种新的方法，能将时域和频域结合起来描述时间序列的时频联合特征，小波分析 (Wavelet Analysis) 就是这样一种时间窗和频率窗都可改变的时频分析方法，它在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率，在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率，使我们能够根据实际需要在时间精度和频率精度之间进行适当的取舍，从而克服前述时域和频域分析各种方法的缺陷。本文将利用小波分析来估计中国的产出缺口，并将结果与其他方法相比较。此外，目前国内对于产出缺口的估计大多采用年度数据，而本文采用跨度更小的季度数据，这将大大提高产出缺口估计的准确性，有利于我们更加准确和及时地判断经济形势。

三、小波降噪方法和其他估计产出缺口的方法

(一) 小波降噪估计产出缺口的方法

小波分析 (Wavelet Analysis) 是在应用数学的基础上发展起来的一门新兴学科，在物理学、分析化学、工程学等领域有着广泛的应用。其在经济学中的应用尚处于起步阶段 (Crowley,

2007), 国外已经有一些研究者开始运用小波分析来研究经济周期 (Yogo, 2003; Crivellini *et al.*, 2004; Jagric and Ovin, 2004; Wen and Zeng, 2005), 但将小波分析用于估计产出缺口的研究还很少, 笔者只见到 Scacciavillani and Swagel (2002) 和 Conway and Frame (2000) 两篇论文, 分别运用小波降噪方法估计了以色列和新西兰的产出缺口。本文试图运用这种比较新的方法估计中国的产出缺口。

用小波分析估计产出缺口的基本原理是: 如果我们把实际产出自然对数序列 Y_t 看作是一个被“污染”的信号, 它包括两个部分, 一部分是趋势成分, 另一部分是周期成分。其中趋势成分就是潜在产出 Y_t^* , 周期成分就是产出缺口 η_t 。周期成分只是暂时性的扰动, 对产出没有长期影响, 因而可以看作是“噪声”。小波分析的基本原理是, 通过小波变换抑制噪声 η_t , 以从产出

Y_t 中提取出不可观测的潜在产出 Y_t^* , 并估计产出缺口 $Y_t - Y_t^*$ 。这一过程可以被形象地称为“小波降噪” (Wavelet Denoising)。要实现这个过程, 需要用到小波变换 (Wavelet Transform)。与傅立叶变换类似, 小波变换也是将时间序列从时域映射到频域的一种工具。但与傅立叶变换和短时傅立叶变换 (STFT) 不同的是, 小波变换能够通过伸缩和平移改变时频分析窗的形状, 从而对函数或信号进行多分辨分析。这意味着小波变换是一种可同时在时频两域表征信号局部特征的时频局部化分析方法, 即在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率, 在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率, 这是它的主要优越性。

小波分析的基本思想同傅里叶分析一致, 都是用一族函数来表示信号或函数。小波变换使用的小波分析的实质是以小波函数系 $\psi_{(a,b)}(t)$ 的形式将信号 $f(t)$ 分解为不同频带的子信号。其中小波函数系 $\psi_{(a,b)}(t)$ 是通过母小波 $\psi(t)$ 的伸缩和平移构成的, 母小波是一种在实数域内积分为 1 的小波基本函数, 它的特点适合于对产出缺口进行小波分析。小波函数系 $\psi_{(a,b)}(t)$ 的表达式如下:

$$\psi_{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2)$$

其中 a 、 b 为任意的实数对, a 为非零实数。

如果我们将潜在产出序列 Y_t^* 看成是一个信号 $f(t)$, 则利用上述小波函数系, 可以将信号 $f(t)$ 变换为:

$$W_f(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3)$$

然后进行小波逆变换, 可以实现信号的重构, 重构的表达式为:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{+\infty} \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} WT_x(a,b) \frac{1}{a} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) db \quad (4)$$

其中 $f(t)$ 为重构后的信号。

如果信号 $f(t)$ 被噪声污染后为 $s(t)$ ，那么基本的噪声模型就可以表示为：

$$s(t) = f(t) + \sigma e(n) \quad (5)$$

其中 $e(n)$ 为噪声， σ 为噪声强度。在最简单的情况下可以假设 $e(n)$ 为高斯白噪声，且 $\sigma = 1$ 。

前面已经指出信号 $f(t)$ 代表潜在产出序列 Y_t^* ，如果我们将 $s(t)$ 看作是包含被污染信号的实际

产出序列 Y_t ， $e(n)$ 看作是周期成分或产出缺口 η_t ，则公式 (5) 就可以表示为：

$$Y_t = Y_t^* + \eta_t \quad (6)$$

这样就可以利用小波降噪法从实际产出序列 Y_t 中分离出不可观测的潜在产出 Y_t^* ，从而提

取出产出缺口序列 η_t 。Donoho and Johnstone (1992)证明，如果小波基本函数存在，则小波变换

就是从一信号中提取白噪声的最优方法。根据 Donoho (1993)提出的小波降噪方法，对初始信号 $f(t)$ 进行小波降噪的过程可分为以下步骤：

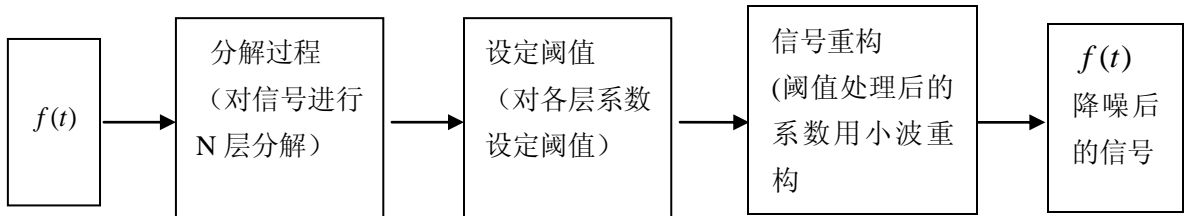


图 1 小波降噪过程示意图

具体地说，小波可以在多个尺度下把信号中不同频率的成分分解到不同的子空间中去，如果对分解得到的小波系数设定阈值，将低于阈值的噪声成分所在频带的小波系数置为零，保留我们关心的频带的小波变换系数，那么就可以通过对信号的重构而得到去除噪声的信号。如果我们设定一个阈值 c ，把低于阈值的小波系数 $WT_X(a,b)$ （主要由白噪声引起）设为 0，而保存高于阈值的 $WT_X(a,b)$ （主要由信号 $f(t)$ 引起），经过这样处理之后的 $WT_X(a,b)$ 就可以理解为基本上由信号本身引起，再用重构算法对 $WT_X(a,b)$ 进行重构，重构后的信号就是信号 $f(t)$ 的估计值。通过上述过程，我们就可以估计出公式 (6) 中的潜在产出和产出缺口序列。

(二) 其他估计产出缺口的方法^①

1、HP滤波。HP滤波最先由Hodrick和Prescott（1997）提出，通过最小化下列损失函数而实现：

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\ln Y_t - \ln Y_t^*)^2 + \frac{\lambda}{T} \sum_{t=2}^{T-1} [(\ln Y_{t+1} - \ln Y_t^*) - (\ln Y_t - \ln Y_{t-1}^*)]^2 \quad (7)$$

其中， N 为样本个数， $\lambda = \text{VAR}(y_t^c) / \text{VAR}(y_t^T)$ 。通过(7)式可以将实际产出的自然对数 $\ln Y_t$

分解为趋势成分（即潜在产出的自然对数 $\ln Y_t^*$ ）和周期性成分即（产出缺口 $\ln Y_t - \ln Y_t^*$ ）。

^① 由于无法得到生产函数方法需要的季度数据，难以与其他方法的结果比较，因此我们忽略了生产函数方法。

滤波法存在的最大争议是 λ 值的选取。不同的 λ 值决定了不同的周期方式和平滑度。 λ 的值越大, 趋势成分越平滑。当 $\lambda = 0$ 时趋势成分就是数据本身, 当 $\lambda \rightarrow \infty$ 趋势成分在极限上是线性时间趋势。一般认同Hodrick和Prescott(1997)的意见, 使用季度数据时取 $\lambda = 1600$, 这也是本文在应用HP滤波时的 λ 取值。

2、SVAR模型。该模型是由Blanchard和Quah (1989)提出的, 他们在产出和失业变量经济含义的基础上, 利用统计方法建立向量自回归方程, 以此估算产出的趋势成分。其基本思想是, 趋势变动来源于永久冲击, 而周期波动的主要来源于短暂冲击, 比如可以认为趋势变动是由于技术革新引起, 而周期波动则是需求冲击的结果, 在这种情况下, 有必要从数据中提取两种不同类型的结果, Blanchard和Quah (1989)建议对一个非平稳变量以及一个或若干个平稳变量如失业率等进行分析, 通过对残差进行分解, 得到相互独立的趋势成分和周期成分, 周期成分即产出缺口。我们在应用Blanchard和Quah的模型估计中国的产出缺口时, 由于在中国对失业率的统计不够准确, 因此我们没有使用失业率数据建立SVAR 模型。考虑到通货膨胀率也是反映短期经济周期波动的指标, 因此本文使用实际GDP与通货膨胀率数据建立SVAR模型, 并估计产出缺口。

3、BK滤波。BK滤波是Baxter和King (1995) 提出的, 它是理想带通(band-pass) 滤波的线性近似。带通滤波方法把产出序列分解为趋势、周期和不规则成分, 分别对应谱中低频、中频和高频成分。由于经济周期长度通常在6到32个季度之间, BK滤波正是过滤掉频率低的趋势成分和频率高的不规则成分而保留中间频率的周期成分。与HP滤波不同, BK滤波是一种对称权数、绝对可加的移动平均, 其公式为:

$$Y_t^T = \sum_{i=K}^K \omega_i Y_{t-i} \quad (9)$$

其中的关键在于K值的选择。较大的K值过滤效果较好, 但观察值损失较大。比较科学的讨论是Baxter与King (1995) 在对美国实际经济时间序列进行分析时给出的, 他们证明了带通滤波BK (6, 32), 截断长度为K=12为最好。我们采用了BK (6, 32), 同时做了不同截断长度的数据试验, 由图形来看, 以K=4为最佳(因篇幅之故略去细节)。

4、UC-kalman滤波。本文借鉴了赵留彦(2006)的状态空间模型来估算产出缺口, 为了分离潜在产出和产出缺口, 设实际产出自然对数序列 y 服从如下非观测成分模型:

$$y = \bar{y}_t + y_t^c \quad (10)$$

$$\bar{y}_t = c + \bar{y}_{t-1} + e_t \quad e_t \sim i.i.d.(0, \sigma_e^2) \quad (11)$$

$$\Phi(L)y_t^c = \omega_t \quad \omega_t \sim i.i.d.(0, \sigma_\omega^2) \quad (12)$$

第一个方程将 t 期的实际产出分解为潜在产出 \bar{y}_t 和周期成分 y_t^c 之和, $\Phi(L)$ 为滞后算子 L 的 p 阶滞后多项式。方程(11) 中非平稳的潜在产出成分进一步被设定为含漂移项的随机游走过程, 漂移项为常数 c 。当残差 e_t 的方差很小时, 趋势中的随机部分就相对不重要, 也就是潜在产出更

多地由漂移项 c 主宰。此时实际产出的波动更多应归因于周期成分。在极端情况下, $\sigma_e = 0$ 时趋势成分为确定的线性趋势。反过来, 如果 σ_e 较大而 y_t^c 的变动相对较小, 则实际产出的波动更多应归因于潜在的长期趋势的变化, 而不是短期的周期性波动。方程(12) 设定周期成分是无条件均值为0 的有限阶自回归过程。为简化参数, 我们设定 $\Phi(L)$ 为二阶滞后多项式, 并对 (12) 的系数施加如下约束:

$$y_t^c = \eta y_{t-1}^c - [\rho/(1+\rho)]y_{t-2}^c + \omega_t \quad \omega_t \sim i.i.d.(0, \sigma_\omega^2) \quad (13)$$

其中 η 及 $\rho/(1+\rho)$ 为待估参数。

非观测成分模型的一个重要假定是趋势成分和周期成分的扰动 e_t 和 ω_t 互相独立, 虽然该假定与实际经济并不完全符合, 然而模型(10)—(12) 的识别与估计离不开 e_t 和 ω_t 独立的设定。否则, 模型可识别的情形只能是 e_t 和 ω_t 完全相关, 这明显同经济现实相差更远。总体来看, 尽管不能完全排除潜在成分和周期成分的扰动项相关的可能, 然而这种相关不致太强。至少对经济现实而言, 零相关假定优于完全相关假定。将 (10) 到 (12) 写为状态空间形式为:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ \pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \chi & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ \bar{y}_t \\ y_t^c \\ y_{t-1}^c \\ \pi_t^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} \quad (14)$$

(14) 为双变量形式的观测方程, 状态方程可写为:

$$\begin{bmatrix} c \\ \bar{y}_t \\ y_t^c \\ y_{t-1}^c \\ \pi_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta & -\rho/1+\rho & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ \bar{y}_{t-1} \\ y_{t-1}^c \\ y_{t-2}^c \\ \pi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ e_t \\ \omega_t \\ 0 \\ v_t \end{bmatrix} \quad (15)$$

假定模型中的方差均服从正态分布, 用极大似然估计估算出各个参数的值。为了利用全部样本信息获得状态变量的最大似然推断, 可借助卡尔曼滤波的平滑(smoothed) 算法, 递推计算出状态变量的估计值, 从而得到潜在产出和产出缺口。

四、估计结果和数据分析

本文使用 1992 年第一季度至 2009 年第一季度的实际 GDP 的数据。名义 GDP 的季度数据来自中经网统计数据库, CPI 的季度数据来自 IMF 的 IFS 数据库(International Financial

Statistics)。其中 2009 年第一季度的数据来自国家统计局网站。由于 GDP 平减指数可以比 CPI 更精确地平减现价 GDP 的季度数据,因此我们借鉴龚敏、李文溥(2007)的做法,将定基 CPI 季度序列作为引导序列,用三次厄尔密样条(Cubic Hermite Spline)插值方法把年度 GDP 平减指数插值为季度 GDP 平减指数,然后将现价 GDP 序列换算为以 1992 年为基期的不变价格 GDP 序列。由于季度数据具有很大的季节性,因此首先对数据进行了 Census X12 季节调整。我们用 Matlab7.0 软件实现小波降噪的计算。

利用小波降噪方法估计产出缺口需要遵守两个准则:(1)光滑性:在大部分情况下,降噪后的信号应该至少和原信号具有同等的光滑性;(2)相似性:降噪后的信号和原信号的方差估计应该是最坏情况下的最小方差,如果降噪后的信号过于光滑而失去原信号本身的一些信息,则不符合相似性原则。

在具体操作中,小波降噪方法要确定以下几个问题:

(1)小波基本函数的选择根据信号的性质决定,难以总结出一般原则,可根据不同的问题选择不同的小波母函数,同时考虑不同小波母函数的不同特性对降噪结果的影响。

(2)确定小波分解的适当层数。层数越多,计算工作量也越大,误差也会增加。但是,尺度越大越有利于从更深层次进行信号趋势分析,能使时间序列更加平稳,因此分解层数一般采用 3~5 层。

(3)阈值的确定:阈值的大小对降噪结果很关键,如果阈值太小,就会保留过多干扰因素;相反阈值太大,决定走势的因素又会被过滤掉,因此应尽可能选择最优阈值。

针对以上的分析,我们用不同的小波,不同的阈值确定法以及不同的分解层数的组合对 GDP 时间序列进行降噪,首先我们选用了不同的小波进行分析,用相似性原则排除与原信号光滑性相差甚大的组合,然后计算余下的组合对降噪后重构的 GDP 与实际 GDP 的方差,最后选择方差最小的组合:(dmey 小波基, Penalty 阈值, 3 层),利用小波降噪估计产出缺口的结果如图 2 所示。

从图 2 可以看出,与郭庆旺和贾俊雪(2004)、赵昕东(2008)等用年度数据的估计结果相比,用季度数据估计的潜在产出波动更加频繁,因此揭示了很多年度数据估计无法显示的产出缺口,这表明利用季度数据的产出缺口估计结果更加精细。具体来看,1992 年第一季度至 2009 年第一季度,小波降噪的季度数据产出缺口出现了 22 次正负值的转换,而郭庆旺和贾俊雪(2004)估计的 1978-2002 年度数据产出缺口只出现了 5 次正负值的转换,赵昕东(2008)估计的 1982-2006 年度数据产出缺口只出现 7 次正负值的转换。这说明,如果我们用季度数据估计产出缺口,可能会揭示更多、更精细的经济波动。具体来说,图 2 为我们揭示了 1992 年以来我国宏观经济的波动具有以下特点:

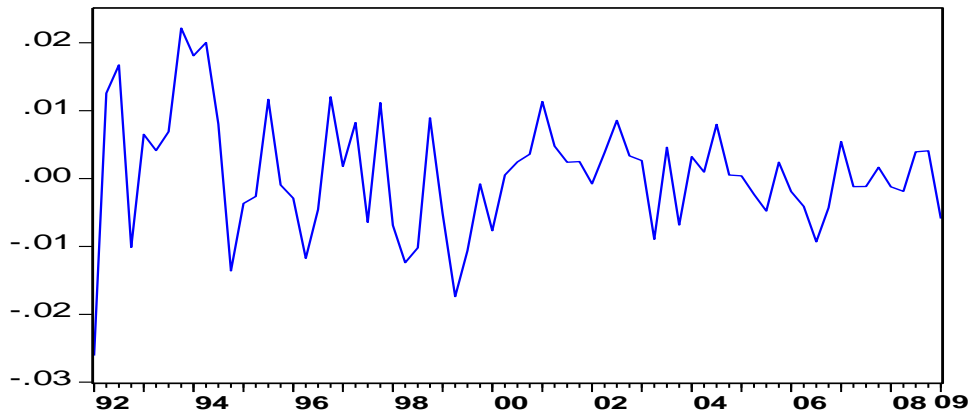


图2 利用小波降噪方法得到的产出缺口

(1) 周期波动多而频繁。与年度数据的估计相比,季度数据估计的产出缺口波动比较频繁,正负缺口的交替较多。其他利用季度数据的估计也得出了类似结果。如王少平、胡进(2009)估计 1992-2008 年中国宏观经济经历了 9 轮周期波动,而图 2 的结果表明,如果按照王少平、胡进(2009)运用的“峰-峰”法划分经济周期,则周期波动可能多达 10 轮。而按照郭庆旺和贾俊雪(2004)、赵昕东(2008)的年度数据估计,在上述样本期内只有 2-3 轮经济周期波动。可见我国的产出缺口和经济周期的波动可能比年度数据的估计结果更加复杂。

(2) 产出缺口波动的幅度下降、频率降低。从图2可以看出,1998年第二季度之前的产出缺口波动幅度比较剧烈,最大值曾达到-6%,平均也在 $\pm 2\%$ 以上;而1998年第二季度以后的产出缺口波动趋于平缓,没有一次超过 $\pm 2\%$ 。与此同时,产出缺口持续时间也在变长。1998年第二季度以前,除1993年Q1-1994年Q2的正产出缺口之外,其他正产出缺口和负产出缺口的持续时间都在一年以下;而自1998年第二季度起,多数正、负产出缺口的持续时间超过一年。与此相对应,按照“峰-峰”法定义的经济周期持续时间也在拉长。1998年第二季度前的大多数经济周期持续时间低于8个季度;而此时点之后的大多数经济周期持续时间都达到或超过了8个季度。这意味着产出缺口波动的频率降低了。产出缺口波动幅度下降和频率降低的现象也存在于发达国家(Stock and Watson, 2004; 曹永福, 2007)。美国学者Kraay 与Ventura (2001)论证,与发达国家相比,发展中国家不易出现经济周期稳定化的趋势,原因有两个方面,从产品市场来看,发达国家的技术领先优势使得他们的产品有更强的市场支配力量和更低的价格需求弹性,因此发达国家受需求冲击的影响较小;而发展中国家的传统技术很容易被竞争对手模仿,面临的国际市场竞争也更加激烈,因此受需求冲击的影响会比较大。从劳动力市场看,发达国家的产业主要依靠技术程度较高的熟练劳动力,这种劳动力的供给弹性比较小,即使需求增加熟练劳动力也不可能过快增长,而发展中国家主要依靠供给弹性较大的非熟练劳动力,当市场需求波动的时候,这种劳动力的就业也会大幅度波动。中国作为一个发展中国家也存在上述两种问题,但仍然出现了产出缺口波动幅度下降和频率降低的情况,这说明自1998年以来我国市场经济不断成熟和完善、运用宏观调控政策的力度和时机更为准确,国内需求扩大缓解了国际市场需求冲击等原因,在很大程度上抵消了中国技术落后、非熟练劳动力比重大的劣势,从而缓解了产出缺口的波动。

(3) 2008 年第二季度以来的经济下滑并无缓解迹象。从图 2 可以看出,我们目前正处在新一轮经济周期的下降期。2006 年 Q2-2008 年 Q2,产出缺口持续为正,而自 2008 年第二季度开始,产出缺口由正转负,表明我国宏观经济出现了由总需求大于总供给转为总供给大于总需

求的方向性变化。而从 2009 年第一季度的数据来看，产出缺口不但仍为负值，而且仍然处于下降趋势，并未出现反转。这说明，2008 年第四季度我国政府实行的大规模刺激经济的反周期政策，虽然提振了市场信心，但尚未真正导致产出缺口的缩小，所以没有出现总供给大于总需求的矛盾缓解的现象。

上述结果只是揭示了短期内我国产出缺口的波动趋势。从中长期来看，我国产出缺口将如何变动，需要在上述研究的基础上进行外推研究，即预测 2009-2010 年我国产出缺口的变动趋势。为此我们使用了两种方法，一种是首先用 Kalman 滤波预测 2009-2010 年 GDP 时间序列，然后用小波降噪方法估计产出缺口；另一种是首先用指数平滑方法预测 2009-2010 年 GDP 时间序列，然后用小波降噪方法估计产出缺口。结果如下：

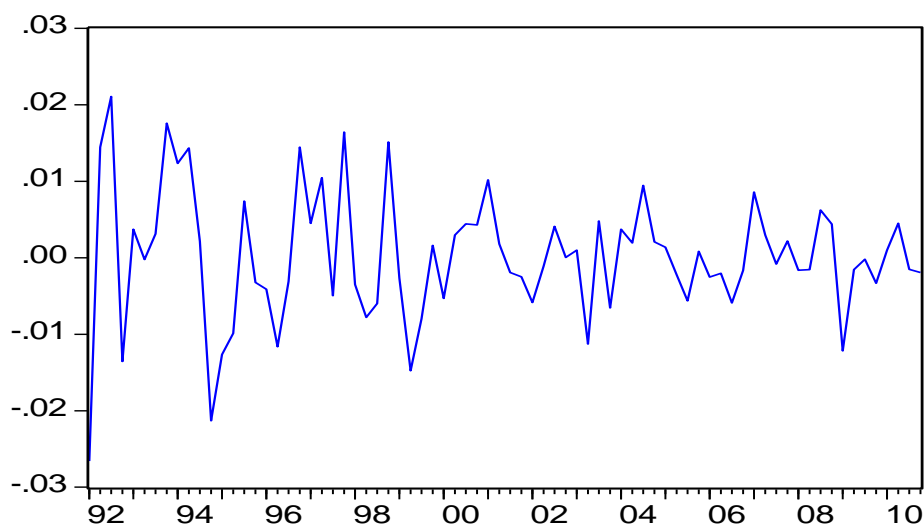


图 3 用 kalman 滤波预测 GDP 序列，dmev 小波 3 层降噪估计产出缺口

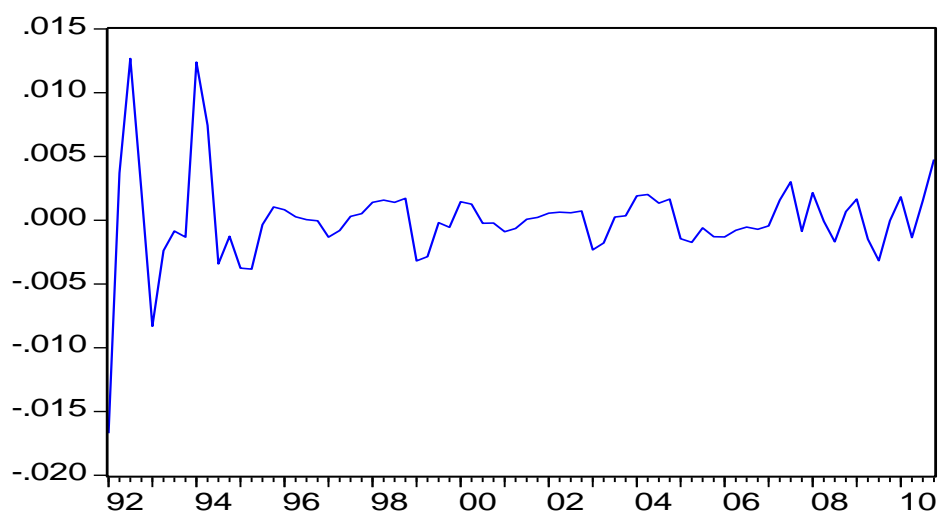


图 4 用指数平滑法预测 GDP 序列再用小波降噪求产出缺口

从图 3、图 4 可以看出，用两种方法预测的我国 2009-2010 年产出缺口，都在 2009 年第三

季度左右出现了产出缺口收窄的情况。但在以后的几个季度里，产出缺口还是有波动的。图 3 和图 4 表明，2009-2010 年，产出缺口一直在围绕 0 上下波动，这说明未来两年可能出现产出缺口正负交替频繁的现象。这证实了主报告对本轮经济周期的预测：从 2009 年第三季度起我国宏观经济将出现回暖，但经济回暖的基础不牢固，还会出现反复。这意味着，我们不能在短期内停止扩大内需、刺激经济的反周期政策。

五、小波降噪产出缺口与其他产出缺口的比较

为了将小波降噪方法估计的产出缺口与其他方法相比较，我们利用同一个样本期的季度数据，分别利用 SVAR 方法、HP 滤波、BK 滤波、UC-卡尔曼滤波方法估计了我国的产出缺口，为方便比较，我们把上述四种方法估计的产出缺口与小波降噪方法估计的产出缺口放在了一个图中，参见图 5。从图 5 可以看出，各种方法估计的产出缺口相差并不大，只是 HP 滤波和 UC-kalman 滤波估计的 2008 年第二季度以来的产出缺口波动过大，如按 HP 滤波的估计 2009 年第一季度的产出缺口居然达到-6%，这与我们的直觉不符。其他方法的估计结果与小波降噪比较相似。为了弄清楚各种方法估计产出缺口能力的优劣，我们需要用专门的工具来评价不同方法估计得出的产出缺口。

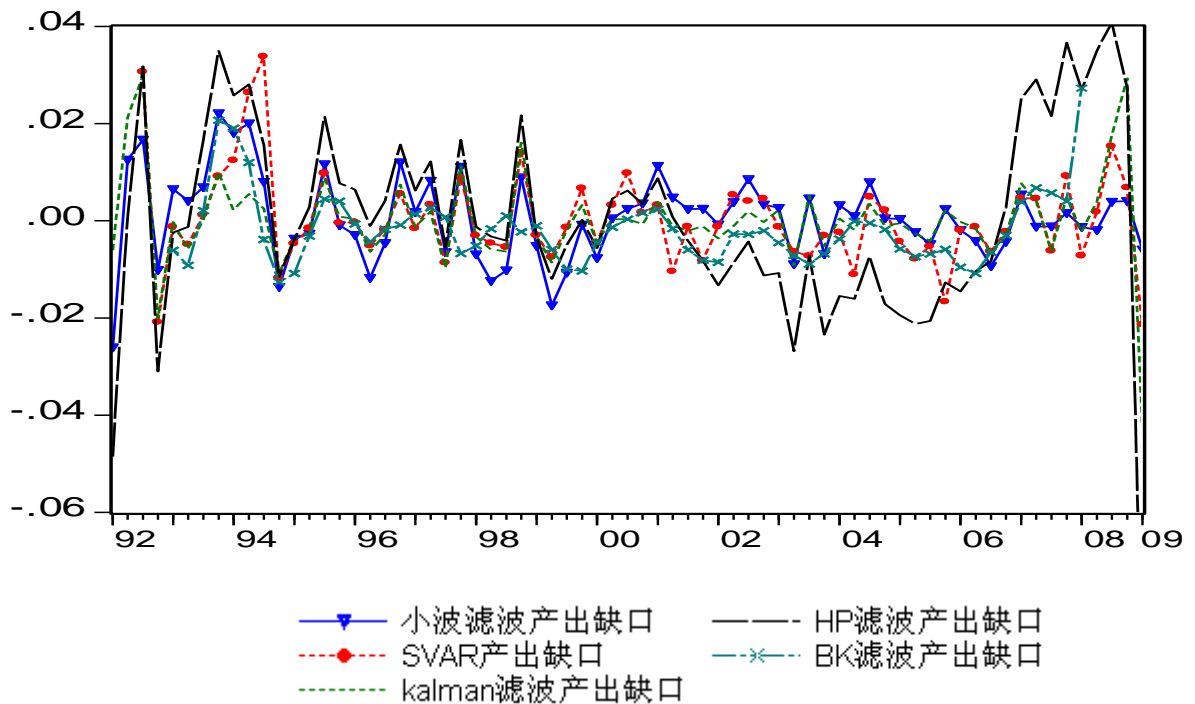


图 5 各种方法估计的产出缺口

用不同方法估计得到的产出缺口存在一定的差异,事实上通过任何一种方法估计得到的产出缺口都会有所不同,因此,需要对由不同方法得到的产出缺口进行比较。本文采用 Camba - Mendez 和 Rodriguez - Palenzuela (2003)提出的三条标准来评价不同算法估计得出的产出缺口。第一，对通货膨胀的预测能力；第二，与历史上的经济周期转折点是否一致；第三，估计的稳定性，即每一期得到新的 GDP 等经济指标后，重新估计得到的新的产出缺口的值是否与上一

期估计的产出缺口一致。

(1) 对通货膨胀的预测能力

Theil 不等式参数(Theil Inequality Coefficient, TIC)是一个用来衡量模型预测能力的指标,具体是衡量两个序列 y_t 与 \hat{y} 的差别程度,该值在 0 与 1 之间,越接近 0 预测效果越好。该指标可用下式表示:

$$TIC = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{y}_t^2} + \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t^2}} \quad (16)$$

我们将利用小波降噪方法、HP 滤波、BK 滤波、UC-kalman 滤波和 SVAR 模型得到的五种产出缺口作为解释变量,分别建立以当期通货膨胀率为被解释变量的回归模型,然后将上一期的通货膨胀率代入回归模型进行样本内预测,设用产出缺口预测的 CPI 序列为 \hat{y} , 实际 CPI 序列为 y_t , 则 TIC 指标值表明了产出缺口对通货膨胀的预测能力,将预测结果代入(16)式,可得出各种产出缺口的 TIC 值,参见表 2。

表 2 各个模型对通货膨胀的预测能力的 TIC 指标

	HP 滤波	BK 滤波	UC-kalman 滤波	小波降噪方法	SVAR 模型
TIC 值	0.0721	0.0861	0.1667	0.0624	0.1685

从表 2 可以看出,小波降噪方法的 TIC 值最小,其他各种方法的 TIC 值虽然也比较低,但都低于小波降噪方法。可见各种产出缺口的估计方法对通货膨胀率均有很好的预测能力,其中小波降噪方法的预测效果最好。

(2) 各种方法计算的产出缺口与基准周期转折点的比较。王少平,胡进(2009)通过对 GDP 季度数据进行 B-N 分解将 1992 年到 2008 年的经济分为九个周期(一个标准的“U 型”为一个周期),本文将他们得到的周期作为基准经济周期,并将各种方法计算的产出缺口结果与基准经济周期的结果进行对比,结果如图 6 所示,图中垂直虚线是王少平,胡进(2009)对中国的经济周期的划分的转折点,由于其计算季度实际 GDP 是用当年的 CPI 来平减每个季度的 GDP,因此结果与本文可能稍微存在不一致。从下图可以看出,本文各种方法计算的产出缺口与王少平、胡进(2009)计算的经济周期总体比较吻合,说明用产出缺口结果能很好地反映实际经济情况。从图 6 可以看出,HP 滤波和 UC-kalman 滤波所得出的谷的时间,与基准经济周期的谷的时间差距较大,而其他方法与基准经济周期的吻合度互相相差不多。

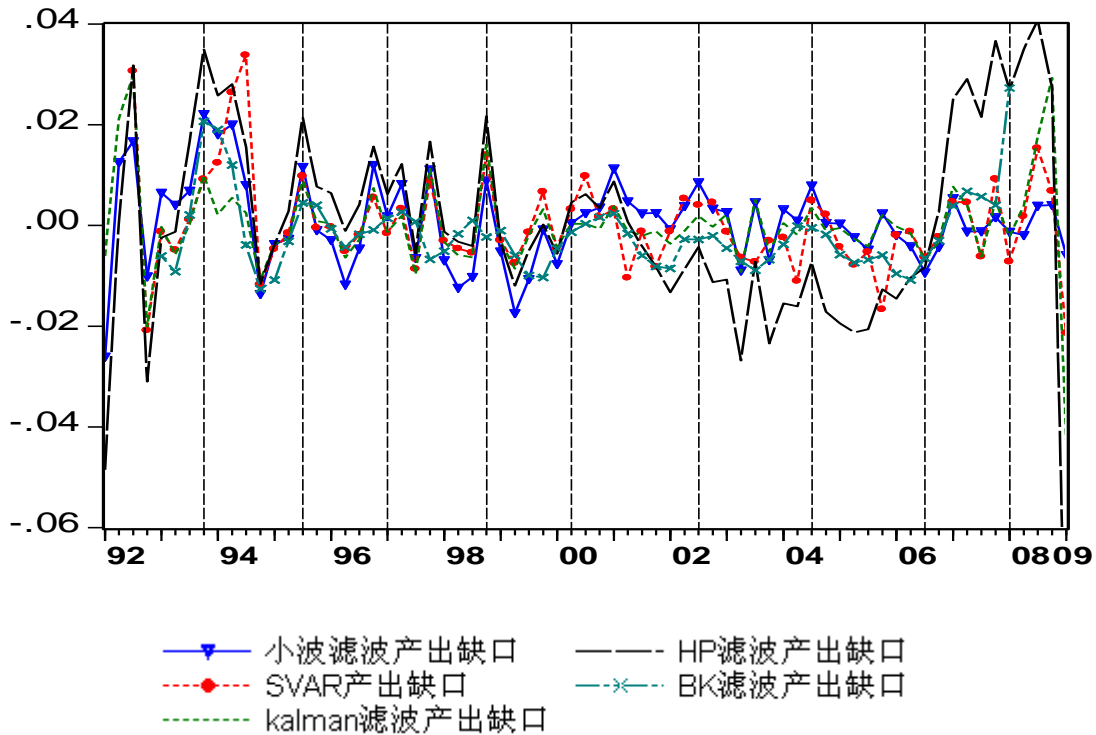


图4 各种方法计算的产出缺口与基准周期转折点的比较

(3) 估计的稳定性。产出缺口的稳定性是指每一期得到新的 GDP 等经济指标后，重新估计得到的新产出缺口的值是否与上一期估计的产出缺口一致。为了考察各种方法的稳定性，我们将使用 1992 年第一季度到 2009 年第四季度数据计算的产出缺口 A（在下图中用实线表示）与使用 1993 年第一季度到 2008 年第一季度的数据估计得到的产出缺口 B（在下图中用虚线表示）进行比较。从图 7-图 11 可以直观地看出，各种产出缺口估计的 1993 年第一季度到 2008 年第四季度与 1992 年第一季度到 2009 年第一季度的结果都具有很大的相似性。我们利用 (16) 式计算了相应的 TIC 值以判断产出缺口 A 与产出缺口 B 之间的偏离程度，结果见表 3。从表 3 可以看出，各种产出缺口的 TIC 值相差不多，其中 SVAR 模型和小波降噪方法的 TIC 值最小，这说明 SVAR 模型和小波降噪估计的产出缺口具有更大的稳定性。

表 3 估计的产出缺口的稳定性 TIC 值

估计方法	HP 滤波	BK 滤波	UC-kalman 滤波	小波降噪	SVAR
TIC 值	0.3154	0.3206	0.3846	0.2952	0.2969

上述分析大致可以说明，除与基准经济周期的转折点的比较上小波降噪方法没有明显的优势外，其他两个标准（对通货膨胀的预测能力、估计的稳定性）都是小波降噪方法相对占优。这证明了小波降噪方法在估计产出缺口方面的优势。

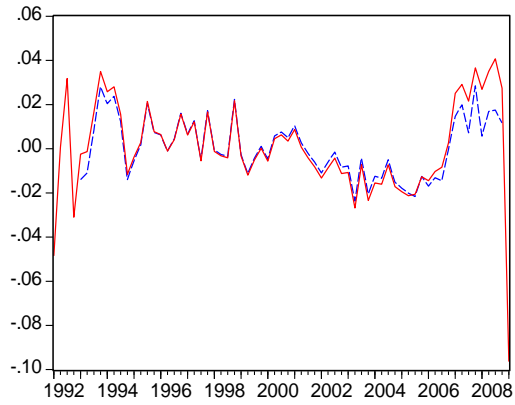


图7 HP 滤波产出缺口的稳定性

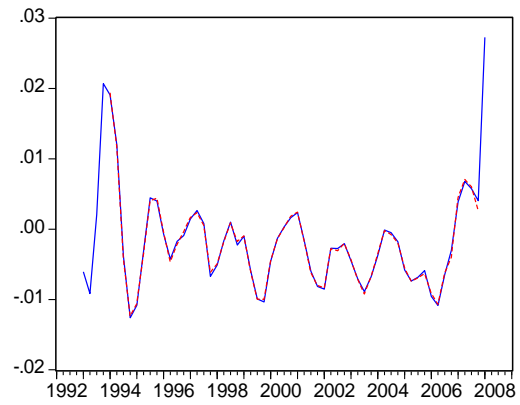


图8 BK 滤波产出缺口稳定性

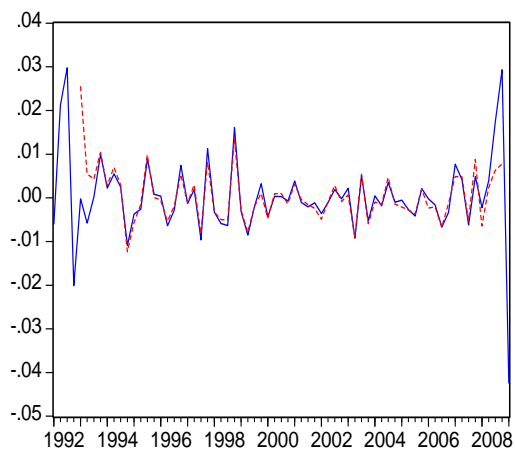


图9 UC-kalman 滤波产出缺口的稳定性

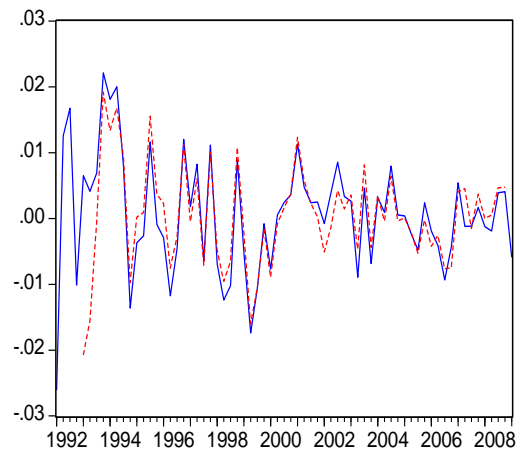


图10 小波降噪产出缺口的稳定性

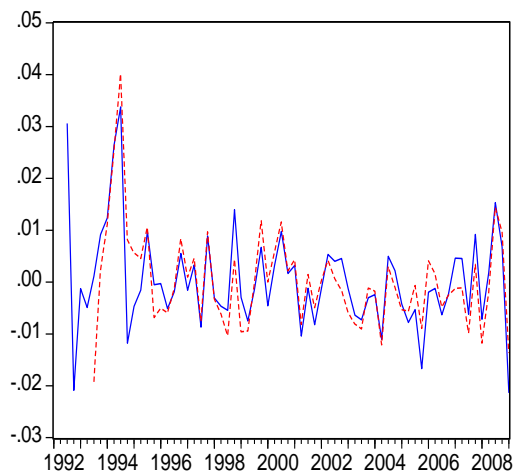


图11 SVAR 产出缺口的稳定性

六、结论和政策含义

现有的估计产出缺口的方法可以分为两大类：时域分析（如生产函数法和 SVAR 模型）和频域分析（如各种滤波方法）。前者需要假定变量间的协方差不变，因而可能导致估计结果的偏差；后者需要以傅立叶变换为基础，因此无法反映非平稳时间序列的特征。本文应用一种新的时间序列分析方法——小波降噪方法来估计产出缺口，该方法可以同时时在时域和频域两个方面反映同一个时间序列的变化，因此又被称为时频（time-frequency）分析。它在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率，在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率，使我们能够根据实际需要在时间精度和频率精度之间进行适当的取舍，从而克服前述时域和频域分析各种方法的缺陷。由于这个特点，小波降噪比其他估计方法更能准确地反映现实经济波动。

本文应用小波降噪方法和 1992-2009 年间的季度数据，估计了中国的产出缺口，结果表明：

（1）与年度数据的估计相比，小波降噪方法和季度数据估计的产出缺口波动比较频繁，正负缺口的交替较多。可见我国的产出缺口和经济周期的波动可能比年度数据的估计结果更加复杂。

（2）1998 年第二季度之前的产出缺口波动幅度比较剧烈，而 1998 年第二季度以后的产出缺口波动趋于平缓。（3）产出缺口持续时间变长。1998 年第二季度以前，多数正产出缺口和负产出缺口的持续时间都在一年以下；而自 1998 年第二季度起，多数正、负产出缺口的持续时间超过一年。与此相对应，按照“峰-峰”法定义的经济周期持续时间也在拉长。这意味着产出缺口波动的频率降低了。发达国家的经济周期和产出缺口也有类似的现象。（4）2008 年第二季度以来的经济下滑并无缓解迹象。这说明，2008 年第四季度我国政府实行的大规模刺激经济的反周期政策，虽然提振了市场信心，但尚未真正转化成产出缺口的缩小，所以没有出现总供给大于总需求的矛盾缓解的现象。（5）用两种方法预测的我国 2009-2010 年产出缺口，都在 2009 年第三季度左右出现了产出缺口收窄的情况。但在以后的几个季度里，产出缺口一直在围绕 0 上下波动，这说明未来两年可能出现产出缺口正负交替频繁的现象。这证实了主报告对本轮经济周期的预测：从 2009 年第三季度起我国宏观经济将出现回暖，但经济回暖的基础不牢固，还会出现反复。这意味着，我们不能在短期内停止扩大内需、刺激经济的反周期政策。

上述结果对当期刺激宏观经济的反周期政策有很强的政策含义。首先，在我国产出缺口波动比较频繁、产出缺口波动幅度趋于平缓的情况下，反周期政策虽然对于熨平产出缺口的波动有一定作用，但容易出现矫枉过正的情况。所以，宏观当局需要把握大规模扩张性政策的力度，以防止实际产出的突然强劲反弹，使产出缺口在短期内由负转正，造成宏观调控政策的被动。其次，2009 年第一季度的估计结果表明，目前负产出缺口的扩大还没有减缓的迹象，这意味着去年第四季度以来的大规模反周期政策并没有带来总供给大于总需求矛盾的缓解。这究竟是由于政策效应的时滞，还是政策效果不佳，尚需继续观察。但它至少说明，在短期内反周期政策还不能停止，但反周期政策的手段可能需要调整。

最后，本文还采用 Camba - Mendez 和 Rodriguez - Palenzuela (2003)提出的三条标准，对应用小波降噪、HP 滤波、BK 滤波、UC 卡尔曼滤波、SVAR 方法估计的产出缺口进行了比较。结果显示，小波降噪方法具有更强的预测通货膨胀能力，能准确反映中国 1991 年以来的经济周期波动，而且具有较好的稳定性。这证明了小波降噪方法在估计产出缺口方面的优势。

参考文献

- 曹永福, 2007: 《美国经济周期稳定化研究述评》, 《经济研究》第 7 期
- 龚敏、李文溥, 2007: 《中国经济波动的总供给与总需求冲击作用分析》, 《经济研究》第 11 期
- 郭庆旺、贾俊雪, 2004: 《中国潜在产出与产出缺口的估算》, 《经济研究》第 5 期
- 刘斌、张怀清, 2001: 《我国产出缺口的估计》, 《金融研究》第 10 期
- 王少平、胡进, 2009: 《中国 GDP 的趋势周期分解与随即冲击的持久效应》, 《经济研究》第 4 期
- 赵留彦, 2006: 《中国核心通胀率与产出缺口经验分析》, 《经济学季刊》第 4 期
- 赵昕东, 2008: 《基于 SVAR 模型的中国产出缺口估计与应用》, 《经济评论》2008 年第 6 期
- Blanchard, Olivier Jean; Quah, Danny, 1989, “The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances” *American Economic Review*, Sep89, Vol. 79, 655-673.
- Baxton, M. and King, R. G., 1995. “Measuring Business Cycles: Approximate Band-pass Filters for Economic Time Series.” NBER Working Paper, No. 5022.
- Camba-Mendez and Rodriguez-Palenzuela, 2003. “Assessment Criteria for Output Gap Estimates.” *Economic Modelling*, Vol. 20, 529-562.
- Chow, G.C. and Li, K.W. 2002, “China’s Economic Growth: 1952-2010,” *Economic Development and Cultural Change*, 51, 247-56.
- Conway, P. and Frame, D., 2000, “A Spectral Analysis of New Zealand Output Gaps Using Fourier and Wavelet Techniques”, *Reserve Bank of New Zealand Discussion Paper*, DP2000/06.
- Crivellini, M., Gallegati, M., Gallegati, M. and Palestrini, A., 2004, “Industrial Output Fluctuations in Developed Countries: A Time-Scale Decomposition Analysis”, in Working Papers and Studies: Papers from the 4th Eurostat and DGFin Colloquium “Modern Tools for Business Cycle Analysis”, European Commission, Brussels, Belgium.
- Crowley, P. M., 2007, “A Guide to Wavelets for Economists”, *Journal of Economic Surveys*, Vol. 21, pp. 207-267.
- Donoho, D. L. and Johnstone, I., 1992, “Ideal spatial adaptation via wavelets shrinkage.” Technical Report No. 400, Department of Statistics, Stanford University.
- Donoho, D. L., 1993, “Non linear wavelets methods for recovery of signals, densities and spectra from indirect and noisy data”, in *Proceedings of the Symposia in Applied Mathematics*, I. Daubechies (ed.), American Mathematical Society.
- Gabor, D. 1946. “Theory of Communication.” *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, 93, no. 3: 429-57.
- Gerlach, S. and Peng, Wensheng., 2004, “Output gap and inflation in mainland China”, mimeo.
- Hodrick, R. and E. Prescott, 1997, “Postwar U.S. Business Cycle: An Empirical Investigation”, *Journal of Money Credit and Banking*, Vol. 29, pp. 1-16.
- Jagric, T. and Ovin R., 2004, “Method of Analyzing Business Cycles in a Transition Economy: The Case of Slovenia”, *Developing Economies*, Vol. 42, pp. 42-62.
- Kaiser, Gerald. 1994., “A Friendly Guide to Wavelets”. Cambridge, Mass: Birkhäuser.
- Kraay, A. and Ventura, J., 2001, “Comparative Advantages and the Cross-Section of Business Cycles”, NBER Working Paper, No. 8104.
- Konuki, Tetsuya, 2008, “Estimating potential output and the output gap in Slovakia”, IMF Working paper 08/275.
- Levy, M. E., 1963, “Fiscal Policy, Cycles and Growth”, National Industrial Conference Board.
- Scacciavillani, F. and P. Swagel, 2002, “Measures of Potential Output: An Application to Israel”, *Applied*

Economics, 34, 945-957.

Scheibe, Jorg, 2003, "The Chinese output gap during the reform period 1978-2002". Discussion Paper Series, no.179, Department of Economics, University of Oxford.

Wen, Yi and Bing Zeng, 2005, "Wavelet: A New Tool for Business Cycle Analysis", working paper 2005-050A, Federal Reserve Bank of St. Louis.

Yogo, M., 2003, "Measuring Business Cycles: Wavelet Analysis of Economic Time Series", mimeo, Department of Economics, Harvard University.